

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

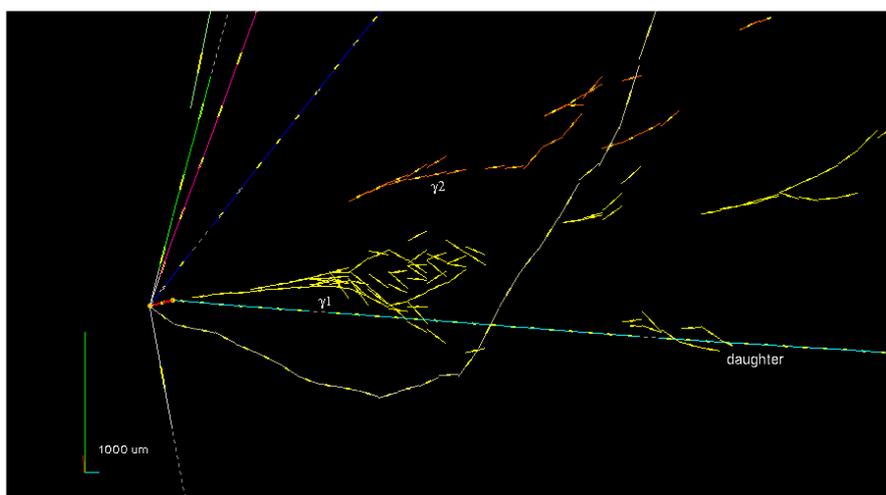
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
имени Д. В. СКОБЕЛЬЦЫНА

ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА
КАФЕДРА ФИЗИКИ КОСМОСА

А. М. Анохина, Т. А. Джатдоев, Д. А. Подгрудков,
Т. М. Роганова, К. А. Фоменко

Методы идентификации частиц с помощью ядерных эмульсий

СПЕЦИАЛЬНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО
СОВРЕМЕННЫМ МЕТОДАМ ФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ
(Учебное пособие)



Москва
2021

УДК 539
ББК 22.38я73

А. М. Анохина, Т. А. Джатдоев, Д. А. Подгрудков,
Т. М. Роганова, К. А. Фоменко

Методы идентификации частиц с помощью ядерных эмульсий.
Специальный практикум по современным метода физических исследований.
Учебное пособие

Пособие содержит описание лабораторной работы, предназначенной для практикума по физике космических лучей и специального ядерного практикума. Экспериментальная часть работы выполняется на автоматическом сканирующем комплексе НИИЯФ МГУ — действующей экспериментальной установке. Дано теоретическое введение, описаны экспериментальные методы отождествления частиц с помощью ядерных эмульсий. Задания лабораторной работы связаны с изучением методологии эмульсионных трековых детекторов и их уникальных возможностей.

Предназначено для студентов физического факультета МГУ и слушателей факультета повышения квалификации.

©НИИЯФ МГУ

©МГУ им. М.В.Ломоносова

©А. М. Анохина, Т. А. Джатдоев, Д. А. Подгрудков, Т. М. Роганова, К. А. Фоменко.

Содержание

1	Методы идентификации частиц, применяемые в экспериментах с использованием ядерных эмульсий.	4
2	Ионизационные потери заряженной частицы в эмульсии. Зависимость плотности зёрен — энергия частицы	5
3	Пробег заряженных частиц в веществе (в эмульсии).	9
4	δ-электроны.	12
4.1	Определение заряда частиц в эмульсии по плотности δ -электронов.	12
4.2	Оценка энергии частиц по углам вылета δ -электронов.	12
5	Определение импульса частиц методом многократного рассеяния.	17
5.1	Угол многократного рассеяния.	17
5.2	Измерение импульса частицы по углу многократного рассеяния в эмульсионном слое координатно-угловым методом.	18
5.3	Многократное рассеяние в слоях эмульсионного кирпича - элемента эмульсионного детектора.	21
6	Определение энергии частицы по среднему углу разлёта вторичных частиц.	25
	Список литературы	27

1 Методы идентификации частиц, применяемые в экспериментах с использованием ядерных эмульсий.

Отождествление частицы заключается в определении её заряда Z , массы m и кинетической энергии $E_{\text{кин}}$. Для определения этих трёх величин нужно, произвести в фотоэмульсии три независимых измерения некоторых физических величин, зависящих от Z , m и $E_{\text{кин}}$ [1]. Так как ионизация, создаваемая частицей, пропорциональна квадрату заряда, то следы однозарядных частиц в эмульсии легко отличимы от следов многозарядных частиц по своему виду, и для отождествления однократно заряженных частиц в эмульсии достаточно измерить не три, а любую пару величин, зависящих от m и E . Такими величинами являются, например, остаточный пробег частицы, останавливающейся в эмульсии R , плотность зёрен в следе частицы g , средняя длина промежутков между зёрнами l , а также дисперсию распределения угла многократного рассеяния, испытываемого частицей в эмульсии α . Основные методы отождествления частиц сведены в Таблицу 1.

Подробнейшим образом все эти методики с богатым иллюстративным материалом изложены в [2].

Таблица 1. Методы отождествления частиц в эмульсии и области их применения.

Наименование метода	Обозначение	Область применения
Плотность зёрен — остаточный пробег	(g, R)	
Средняя длина промежутков между кластерами зёрен — остаточный пробег	(l, R)	Сильно ионизирующие частицы, останавливающиеся в эмульсии
Рассеяние — остаточный пробег	(α, R)	
Средняя длина промежутков между кластерами зёрен — рассеяние	(l, α)	Сильно ионизирующие частицы, не дошедшие до конца пробега в эмульсии.
Плотность кластеров зёрен — рассеяние	(g, α)	Частицы большой энергии, первичные частицы, вызывающие звезды, электроны и мюоны большой энергии.
δ -электроны	(δ)	Частицы с зарядом $Z \geq 4$. Определение заряда. Оценка энергии.
Средний угол разлёта вторичных частиц в звезде (метод Кастаньоли)	$(\langle\Phi\rangle)$	Первичные частицы, вызывающие множественное рождение. Определение энергии.

2 Ионизационные потери заряженной частицы в эмульсии. Зависимость плотность зёрен — энергия частицы

Потери тяжёлой частицы, движущейся со скоростью V в однородной среде с плотностью ρ , состоящей из вещества с атомным номером Z и массовым числом A , приближённо описываются по формуле Бете—Блоха (см. подробно, например, в [3]):

$$\left| \frac{dE}{dx} \right| = \frac{4\pi e^4}{m_e} \cdot \frac{z^2}{V^2} \cdot n_e \cdot \left[\ln \frac{2m_e V^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 - \delta - u \right] \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-1}, \quad (1)$$

где $\beta = V/c$, z — заряд частицы, n_e — концентрация электронов в среде, N_A — число Авогадро, I — средний потенциал ионизации для всех электронов среды. Концентрацию электронов среды можно получить через концентрацию атомов среды $n_e = Zn_{\text{ат}} = Z\rho N_A/\mu$, где μ — атомный вес вещества. Атомный вес моноизотопного вещества μ связан его массовым числом A через постоянную молярной массы $M_\mu \approx 1$ г/моль¹. Тогда $n_e = (Z\rho N_A)/(M_\mu A)$ см⁻³.

Для вычислений можно пользоваться более удобной формулой (3) получаемой из формулы (1) частичной подстановкой входящих в неё величин и констант. Для этого вводится безразмерный параметр

$$\varepsilon = \frac{E_{\text{кин}}}{mc^2} \left(\frac{E_{\text{кин}}}{mc^2} + 2 \right) = \gamma^2 - 1, \quad (2)$$

где m , $E_{\text{кин}}$ и γ — масса, кинетическая энергия и Лоренц-фактор рассматриваемой частицы. Тогда выражение (1) переходит в:

$$\left| \frac{dE}{\rho dx} \right| = 0,3066 \cdot \frac{Z}{A} \left[\left(1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) \left\{ \ln \varepsilon + \ln \frac{2mc^2}{I} \right\} - 1 \right] \text{ МэВ} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{см}^2, \quad (3)$$

Если вещество состоит из различных атомов, то необходимо просуммировать отдельные значения потерь энергии, подставляя для каждого типа атомов соответствующее значение Z/A и I .

При рассмотрении трека частицы в эмульсии необходимо сопоставить теоретическую величину ионизационных потерь dE/dx , зависящую от энергии частицы с числом чёрных зёрен, проявленных в эмульсии после обработки, на единице длины трека (например на 100 мкм).

Стоит отметить, что часто вместо плотности зёрен подсчитывается плотность т.н. кластеров зёрен (blobs). Кластерами называются зёрна во всех случаях (например, слившиеся 3 зерна = 1 кластер или 1 одиночное зерно = 1 кластер), так как часто бывает трудно точно подсчитать количество зёрен в кластере. Анализ показал, что число кластеров G только на ~7% меньше, чем число одиночных зёрен g , которые можно подсчитать на участке трека.

Известно, что кривая зависимости ионизационных потерь от энергии частицы имеет сложную форму. Участки увеличения dE/dx с ростом энергии

¹ До переопределения базовых констант СИ в 2019 году $M_\mu = 1$ г/моль, после переопределения моля постоянная стала отличаться от единицы в десятом знаке.

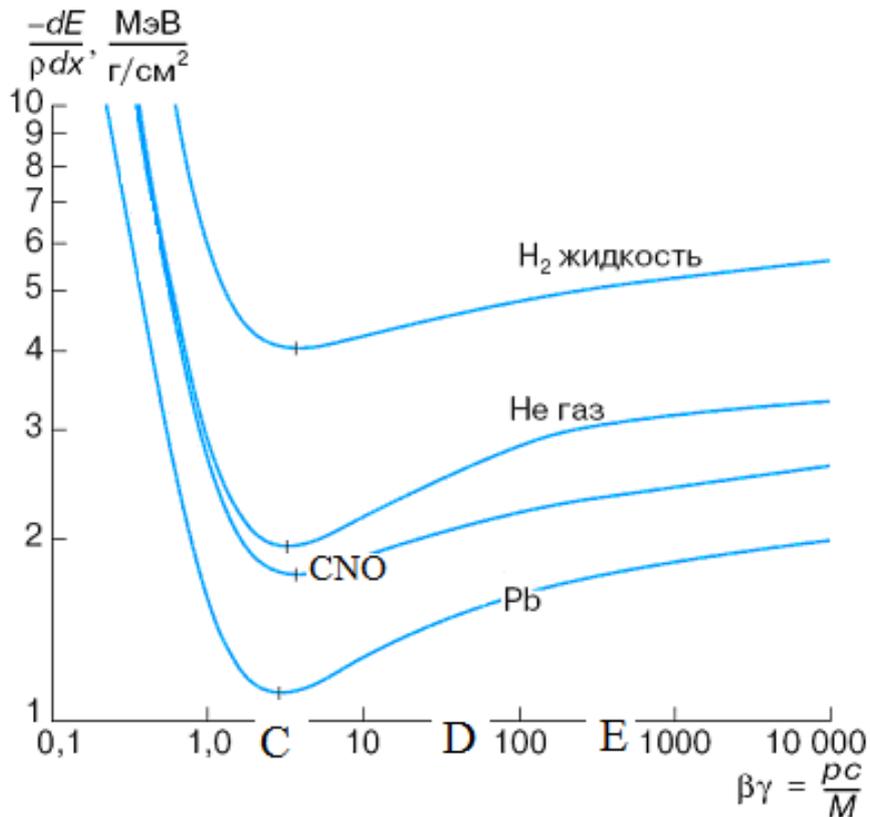


Рисунок 1. Зависимость ионизационных потерь однозарядной частицы на одну массовую единицу длины от величины $\beta\gamma$ в различных веществах.

частицы чередуются с участком уменьшения dE/dx и участком выхода зависимости на плато. На Рис. 1 (взято из [3]) на участке C-D-E, где плотность зёрен g (или величина dE/dx) на следах заряженных частиц в ядерной эмульсии пропорциональна их энергии (скорости), сопоставление энергии частицы с числом зёрен проводится следующим образом:

- Вычисляется теоретическая кривая зависимости dE/dx от $\gamma = E/(mc^2)$ по формуле Бете—Блоха для соответствующего типа эмульсии;
- Кривая нормируется по двум экспериментальным точкам g_{min} и g_{pl} .

Величина g_{min} — плотность зёрен (кластеров зёрен) на треке минимальной ионизации для данной эмульсии. Для эмульсии Fujifilm, применяемой в эксперименте OPERA, $g_{min} = 30$ зёрен на 100 мкм. Величина g_{pl} — плотность зёрен (кластеров зёрен) на участке, где кривая зависимости ионизационных потерь от энергии частицы выходит на плато. Величина g_{pl} измеряется при экспериментальном облучении эмульсий частицами с Лоренц-фактором $\gamma > 10^2$.

По данным исследования [4] и др. можно считать, что g_{pl} увеличивается по сравнению с g_{min} на 12%, Рис. 2. Полученная зависимость плотности числа зёрен (или кластеров) от Лоренц-фактора однозарядной частицы является основой идентификации заряженных частиц с Лоренц-фактором, соответствующим области релятивистского нарастания ионизации $\sim 4 < \gamma < 10^2$.

На Рис. 3 и на Рис. 4 представлены рассчитанные удельные ионизационные потери и ионизационные потери в виде числа кластеров зёрен на

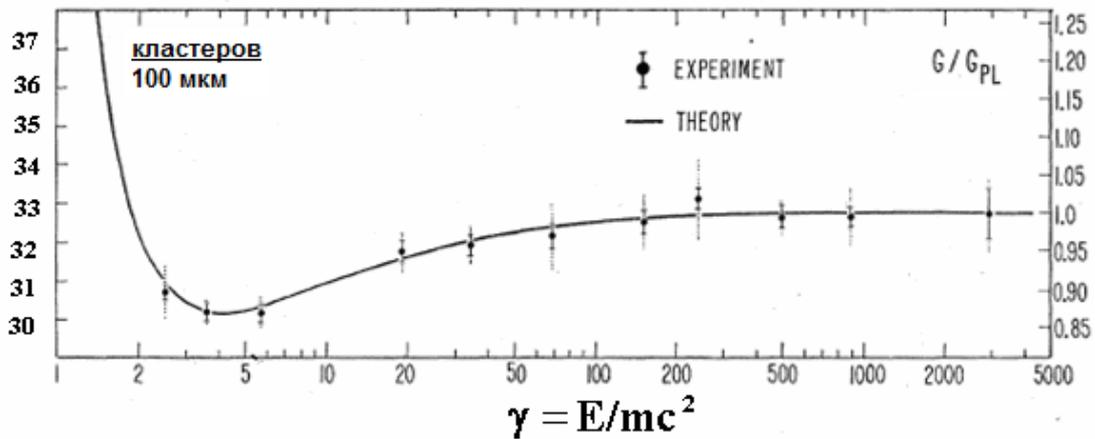


Рисунок 2. Зависимость числа зёрен на участке трека длиной 100 мкм от Лоренц-фактора частицы. Теоретическая кривая и экспериментальные точки.

единицу длины в зависимости от импульса p для однозарядных частиц (e , μ и π). Экспериментальные точки, полученные для электронов (e) и пионов (π) хорошо ложатся на расчётные кривые.

Прохождение электронов через вещество отличается от прохождения тяжёлых заряженных частиц. Главная причина — малая масса электрона. Это приводит к относительно большому изменению импульса электрона при каждом его столкновении с частицами среды, что вызывает заметное изменение направления движения электрона и как результат — тормозное излучение. Удельные потери энергии электронов являются суммой ионизационных и радиационных потерь.

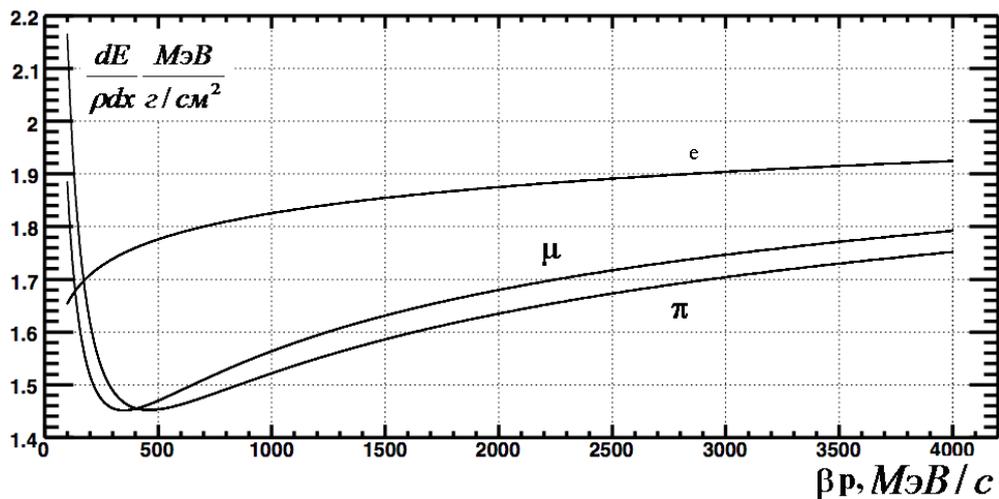


Рисунок 3. Кривые ионизационных потерь для однозарядных частиц, рассчитанные для эмульсий Fujifilm, применявшихся в эксперименте OPERA.

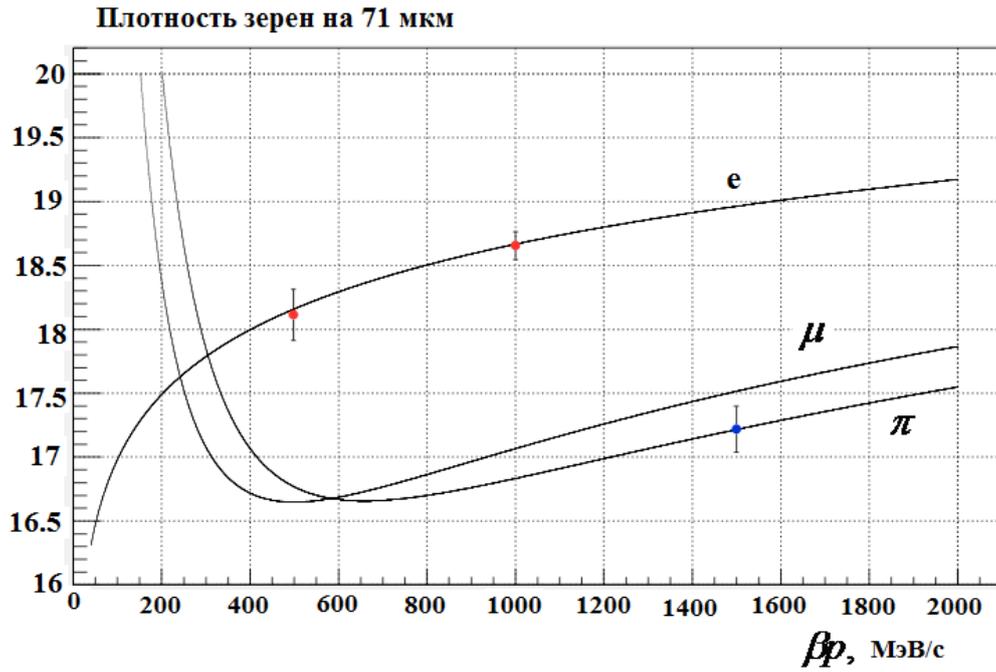


Рисунок 4. Зависимость ионизационных потерь форме плотности зёрен на единицу длины (71 мкм) от величины βr для различных частиц (эмульсия Fujifilm, эксперимент OPERA).

Задание.

С помощью сканирующего комплекса определить количество зёрен потемнения на единичных участках треков однозарядных частиц (e , μ и π). С помощью Рис. 4 определить для них величину βr .

3 Пробег заряженных частиц в веществе (в эмульсии).

Потеряв всю энергию, частица останавливается. Расстояние, пройденное частицей в веществе, называется пробегом. На этом пути заряженная частица изменяет свою кинетическую энергию от начального значения E_0 до нуля в результате разных механизмов взаимодействия, основным из которых для области энергий от 0 до 100 МэВ являются ионизационные потери. Величина пробега зависит от массы, заряда, энергии частицы и характеристик среды. Пробег R частицы с начальной энергией E_0 можно определить выражением (вывод см. в [3]):

$$R = \int_0^R dx = \int_{E_0}^0 \frac{dE_{\text{кин}}}{\frac{dE}{dx}} = \int_0^{E_0} \frac{dE_{\text{кин}}}{\left| \frac{dE}{dx} \right|}. \quad (4)$$

Поставляя в (4) выражение для $dE_{\text{кин}}$ для нерелятивистских частиц $dE_{\text{кин}} = d(MV^2/2) = MVdV$, а также низкоэнергетический предел формулы Бете—Блоха (1) $|dE/dx| \sim \rho z^2/V^2$, и анализируя итоговое выражение получим:

$$R \sim \int \frac{MVdV}{(\rho z^2/V^2)} = \frac{M}{\rho z^2} \int V^3 dV = \frac{MV^4}{4z^2\rho}. \quad (5)$$

Выводы из соотношения (5):

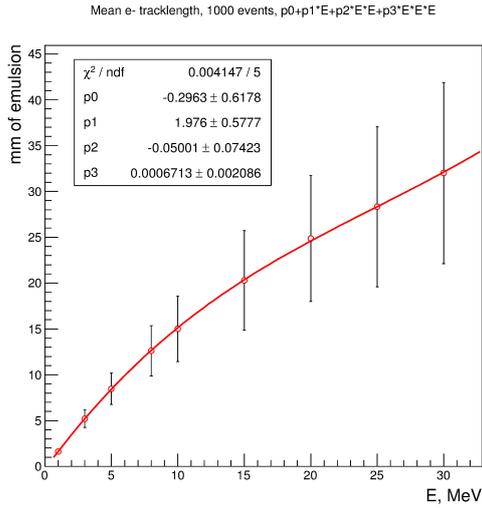
1. При равных скоростях пробеги частиц прямо пропорциональны их массам и обратно пропорциональны квадратам зарядов.
2. Плотность почернений на следах протонов в эмульсиях меньше, чем на следах α -частиц, имеющих одинаковые скорости.
3. Пробеги обратно пропорциональны плотности среды, т.е. удобно измерять пробеги в массовых единицах длины. В этом случае величина пробега практически не будет зависеть от характеристик среды: $\rho R(\text{г/см}^2) \sim MV^4/z^2$

При более аккуратных расчётах не следует забывать, что в формуле Бете—Блоха есть коэффициенты, зависящие от среды: Z/A и I . Но для большинства веществ с малыми и средними массовыми числами ($A < 40$) величина отношения $Z/A \sim 0,5$ и очень медленно падает с увеличением A , а средний ионизационный потенциал I стоит под знаком логарифма, т.е. тоже слабо влияет на величину средних потерь энергии и, как следствие этого, на величину пробега.

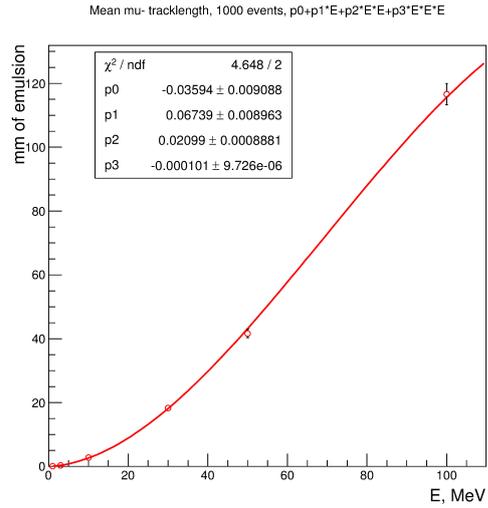
Чтобы сравнивать пробеги частиц с одинаковыми кинетическими энергиями, удобно несколько преобразовать выражение для R :

$$R \propto \frac{MV^4}{z^2\rho} = \frac{M^2V^4}{Mz^2\rho} \propto \frac{E_{\text{кин}}^2}{Mz^2\rho} \quad (6)$$

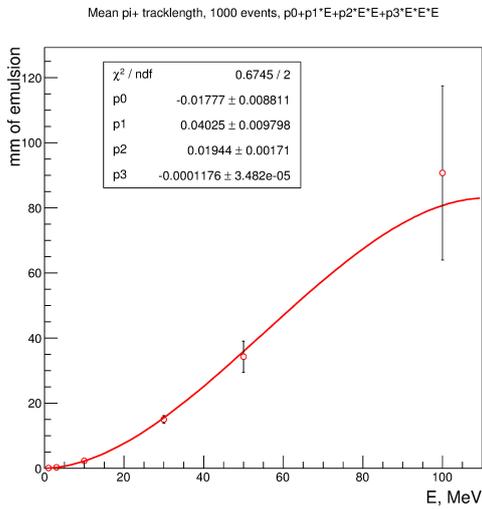
Из соотношения (6) видно, что при равных кинетических энергиях пробеги частиц обратно пропорциональны их массам.



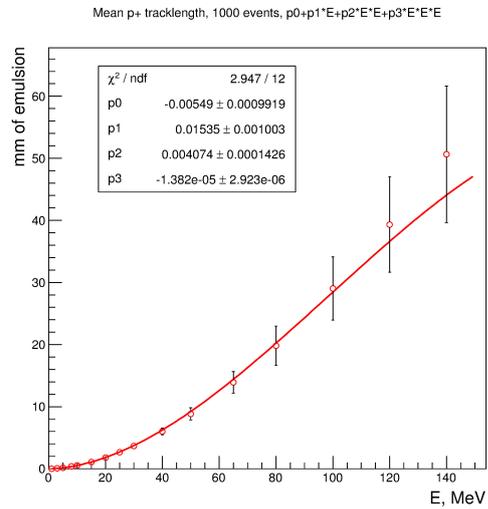
(а) электроны



(б) мюоны



(в) пионы



(г) протоны

Рисунок 5. Зависимость пробега электронов в эмульсии Fujifilm от энергии электронов, мюонов, пионов и протонов.

Наиболее простым и надёжным способом определения энергий частиц известной массы является измерение её пробега. Зная пробег R , по известной зависимости $R = R(E)$ для частиц данной массы и данной эмульсии находят энергию частицы E . Зависимости $R = R(E)$ для конкретных веществ, в нашем случае для эмульсий Fujifilm, применявшихся в эксперименте OPERA, можно получить с помощью численного моделирования. Результаты такого моделирования с помощью программного комплекса GEANT4 для электронов, мюонов, пионов и протонов, а также коэффициенты для аппроксимации зависимостей $R = R(E)$ по формуле $R(E) = p_0 + p_1E + p_2E^2 + p_3E^3$, приведены на Рис. 5.

На Рис. 6 зависимости пробегов от энергии для различных частиц приведены в логарифмическом масштабе. Точность измерения пробегов в эмульсиях весьма велика: для больших пробегов она превосходит точность, с

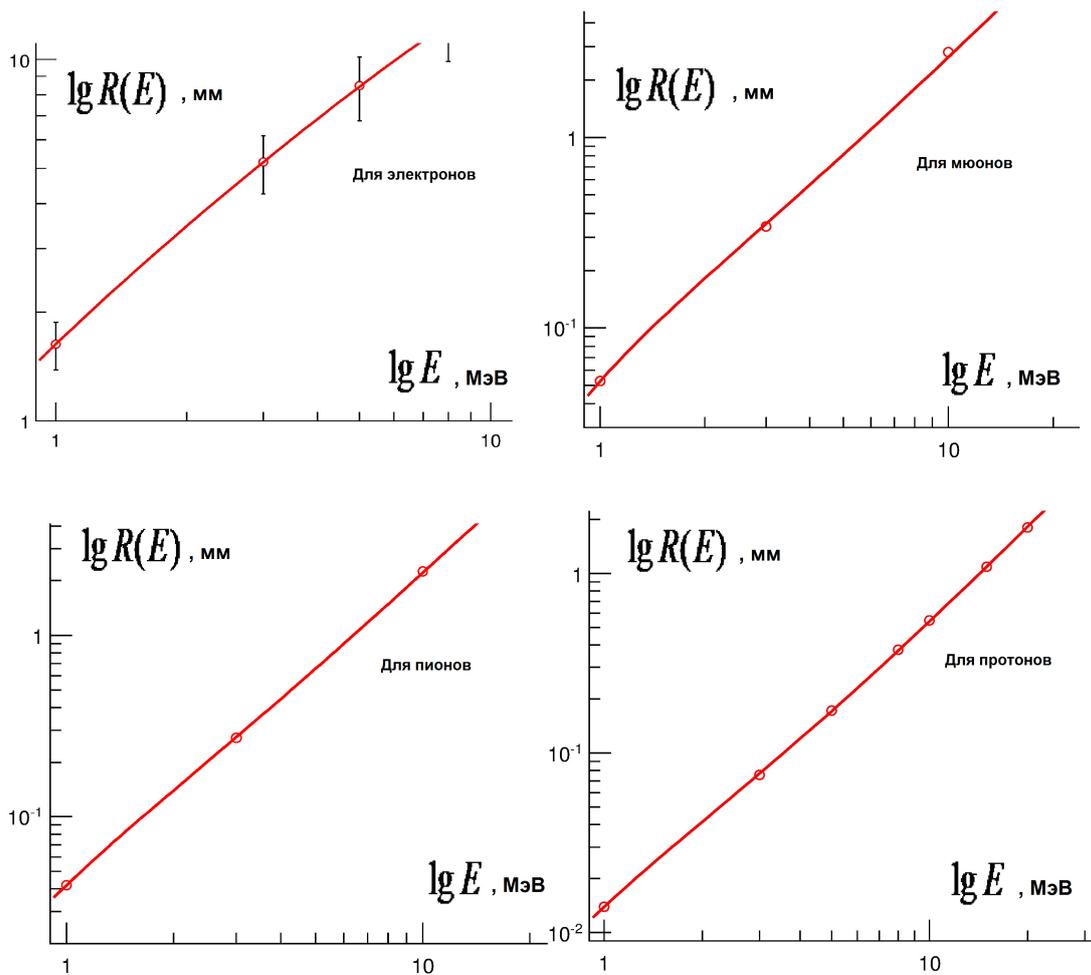


Рисунок 6. Зависимости пробегов от энергии для электронов, мюонов, пионов и протонов в логарифмическом масштабе.

которой известно соотношение пробег-энергия. Так, например, пробеги для следов длиннее 0,5 мм, наклонённых к плоскости эмульсии не больше чем на 15° , могут быть измерены с точностью $\sim 1\%$ и лучше. Относительная погрешность, вызываемая страглингом, для больших энергий может не учитываться: например, ошибка в измерении пробега, вызванная этой причиной, изменяется от 13 мкм до 200 мкм при изменении энергии протонов от 1 до 5 МэВ.

Задание.

С помощью сканирующего комплекса определить пробеги однозарядных частиц (электронов, мюонов, пионов и протонов), остановившихся в эмульсии. С помощью Рис. 5 и 6 определить энергии этих частиц.

4 δ -электроны.

4.1 Определение заряда частиц в эмульсии по плотности δ -электронов.

Плотность следа, образуемого заряженной релятивистской частицей в эмульсии непосредственно связана с потерями энергии на ионизацию. Однако на образование зерна вдоль следа идёт только часть теряемой частицей энергии.

Атомные электроны, которым была передана значительная энергия, могут создавать свой собственный ответвлённый след, называемый следом δ -электрона. Это происходит при энергиях электрона не менее 5 кэВ. Если частица с зарядом z и скоростью V движется в среде плотностью ρ с параметрами Z и A , то число δ -электронов, образующихся на одной массовой единице длины пути (1 г/см^2), определяется выражением:

$$\frac{dN}{d(x\rho)} = \frac{\pi e^4}{2m_e} N_A \frac{z^2 Z}{V^2 A} \left[\frac{1}{I} - \frac{M}{m_e} \frac{1}{E_{\text{кин}}} \right] \approx \frac{\pi e^4}{2m_e} N_A \frac{z^2 Z}{V^2 A} \frac{1}{I} \quad (7)$$

На Рис. 7 изображены треки ядер неона, натрия, магния, кремния, кальция, титана и железа и треки δ -электронов, образованных при прохождении этих ядер вдоль эмульсионной пластины [5].

4.2 Оценка энергии частиц по углам вылета δ -электронов.

Распределение δ -электронов по углу вылета ψ в лабораторной системе имеет вид:

$$d\sigma(\psi) = \left(\frac{ze^2}{m_e v^2} \right)^2 \frac{2\pi \sin\psi d\psi_{\text{лс}}}{\cos^3 \psi}. \quad (8)$$

Из этого соотношения видно, что большая часть δ -электронов вылетает под углами, близкими к $\pi/2$ по отношению к направлению движения первичной частицы

Энергия, переданная заряженной частицей δ -электрону, связана с углом его вылета соотношением при массе частицы M много большей массы электрона m_e :

$$T = \frac{4m_e M}{(m_e + M)^2} E \cos^2 \psi \approx \frac{4m_e M}{M^2} E \cos^2 \psi \quad (9)$$

Таким образом, δ -электроны, вылетающие под малыми углами к траектории частицы ($\psi \sim 0$), имеют максимальную энергию, а вылетающие под углами, близкими к $\pi/2$, имеют энергии минимальные. Зная энергию δ -электрона (например, по пробегу) и угол его вылета ϕ , можно оценить энергию частицы

При наблюдении δ -электронов в фотографических эмульсиях обычно учитывают те из них, которые дают следы, состоящие из четырёх или более зёрен. Энергия подобных δ -электронов составляет не менее 15 кэВ. Тем самым зависимость числа δ -электронов от заряда можно описать следующей зависимостью $N_\delta = aZ^2 + b$. Для каждого отдельно взятого оператора, проводящего

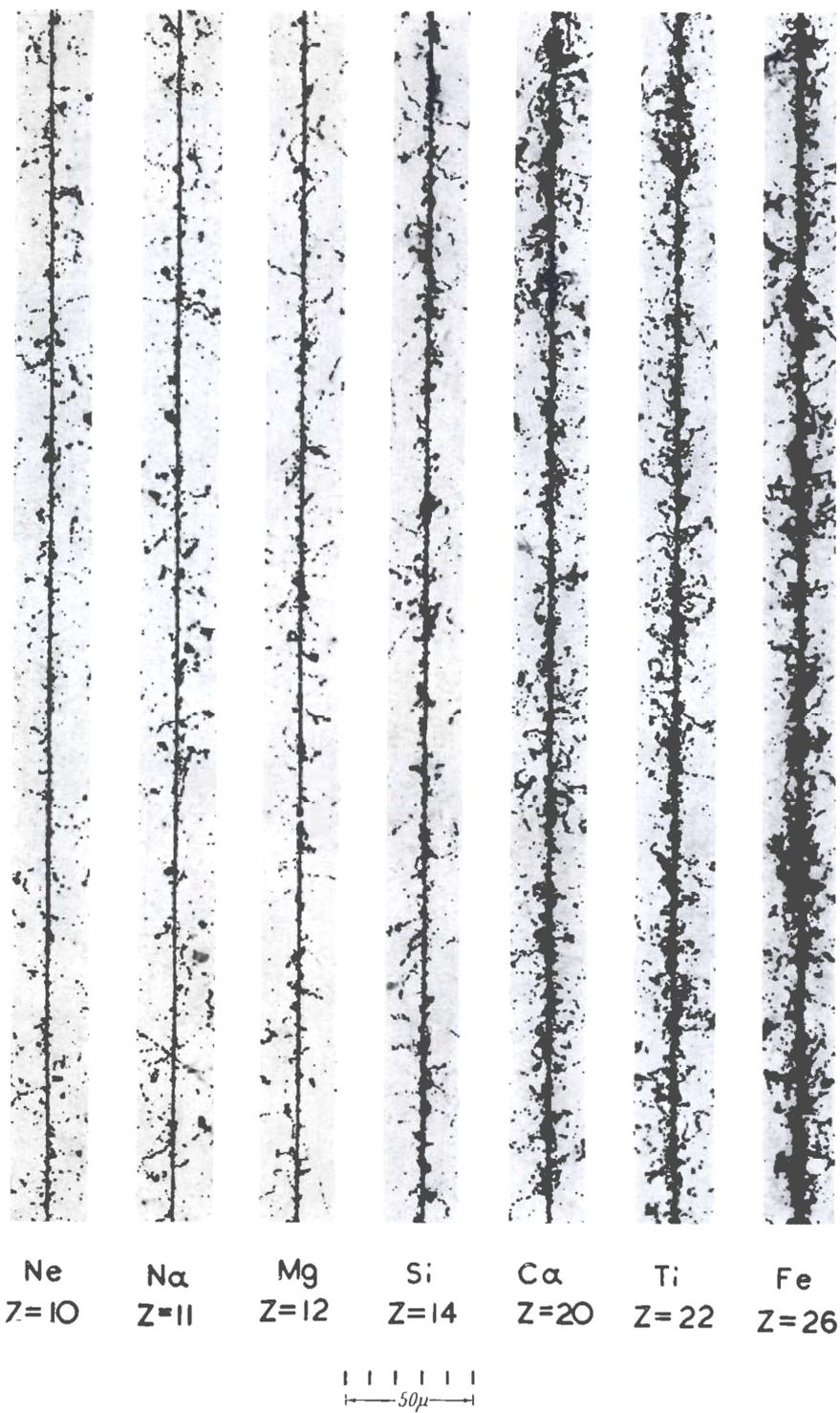


Рисунок 7. Пример треков многозарядных частиц (различных ядер) в эмульсии [5].

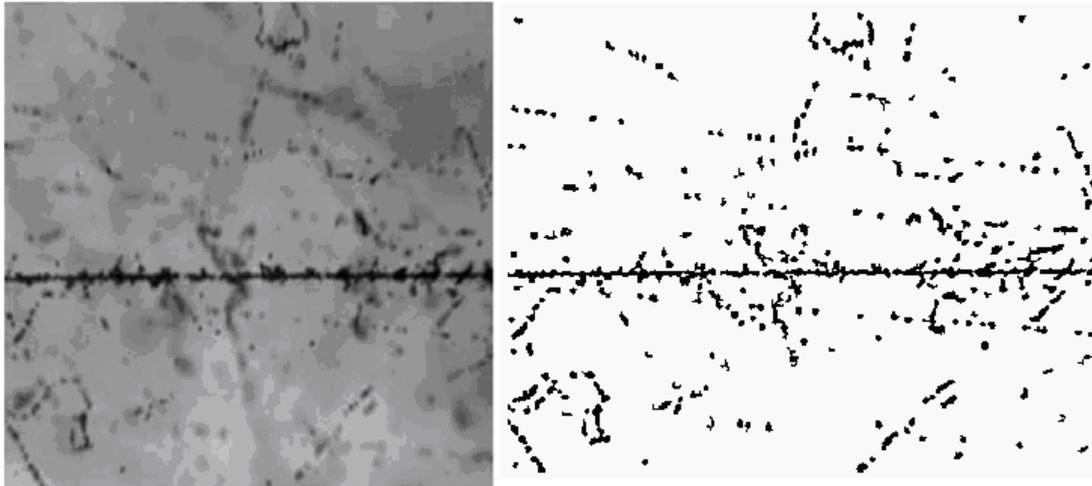


Рисунок 8. Исходное изображение трека многозарядной частицы. Изображение после процедур бинаризации и кластеризации [6].

измерения, коэффициенты a и b подбираются экспериментально, на треках с заранее известным зарядом частицы для нескольких зарядов. Измерение заряда методом подсчёта δ -электронов проводят вблизи конца пробега, так как в этой области практически не возникают δ -электроны с большими энергиями. Поэтому связь между следами δ -электронов и следом первичной частицы может быть установлена с большой степенью достоверности, причём затруднения, связанные с наличием фона, обычно, не являются серьёзными. Кроме того, число δ -электронов оказывается таким, что позволяет решить вопрос о величине заряда, если длина следа составляет около 2 мм и меньше. Фрагменты ядра-снаряда с $Z = 1$ отделяются от фрагментов с $Z = 2$ визуально, с высокой степенью точности. Так как однократная ионизация (25–30 зёрен на 100 мкм) надёжно отличается от четырёхкратной ионизации (100–120 зёрен на 100 мкм).

Современные эмульсионные методы подразумевают математическую обработку оцифрованных изображений участков треков, полученных с помощью микроскопа и ССД матрицы. Пример такой обработки представлен на Рис. 8. Вычисляются следующие характеристики, Рис. 9, 10 и 11.

1. TotalSum — сумма числа всех пикселей на площади основного трека заряженной частицы и всех треков от δ -электронов;
2. N_e — количество δ -электронов. Для вычисления этой характеристики сверху и снизу от оси проводятся две параллельные ей прямые на определённом расстоянии (для обрабатываемой пластинки это было 1,4 мкм), При этом числом δ -электронов считается величина, равная половине от числа пересечений прямыми границ кластеров трека;
3. P_e — сумма периметров кривых, огибающих треки δ -электронов — параметр, позволяющий учитывать длину пробега δ -электронов.

Полученные зависимости количества δ -электронов и суммарных периметров треков δ -электронов показывают хорошую точность метода для

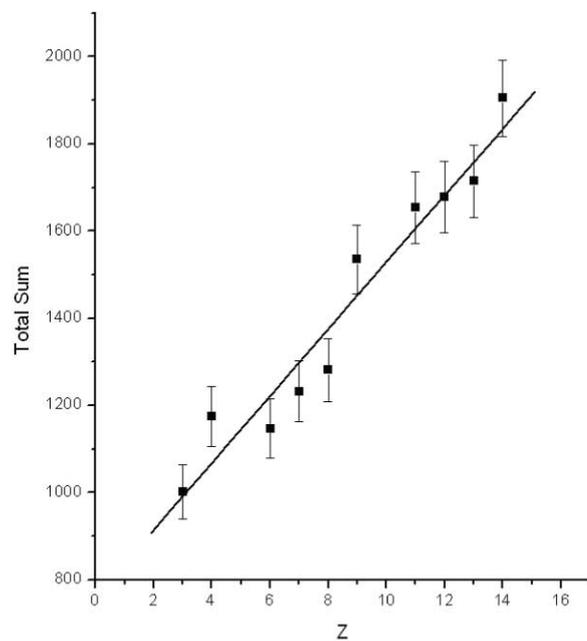


Рисунок 9. Зависимость полного числа всех пикселей на площади основного трека заряженной частицы и всех треков от δ -электронов от заряда частицы.

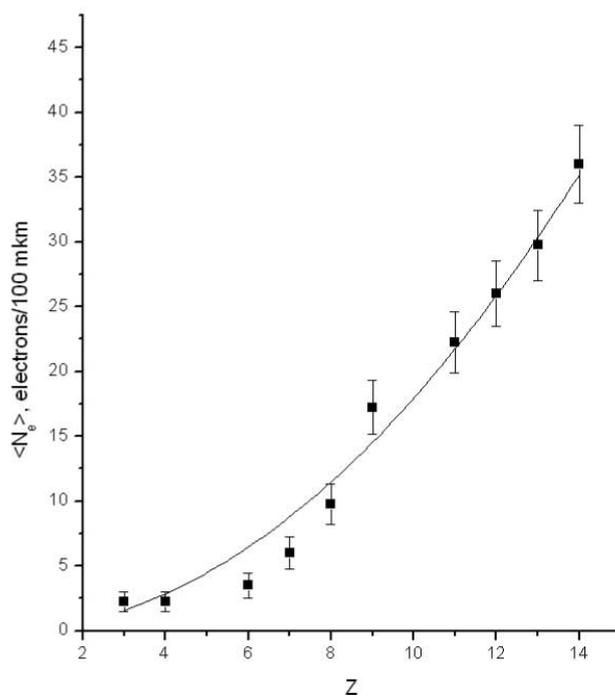


Рисунок 10. Зависимость среднего числа δ -электронов в эмульсии от заряда частицы.

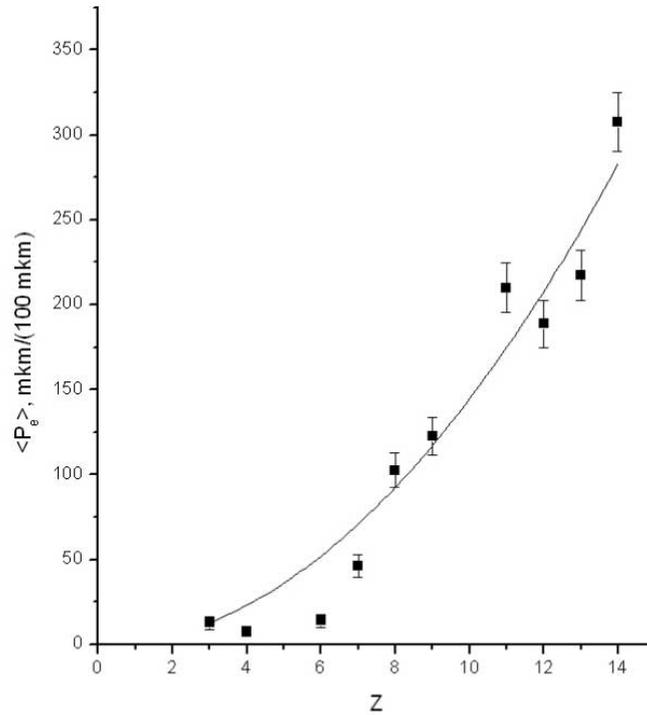


Рисунок 11. Зависимость средней суммы $\langle Pe \rangle$ периметров кривых, огибающих треки δ -электронов (на участке трека в 100 мкм), от заряда частиц

определения зарядов ядер [6]. Исследуемые ядра являлись фрагментами взаимодействий в эмульсии ядер ^{28}Si с импульсом 4,5А ГэВ/с, ускоренных на синхрофазотроне ЛВЭ ОИЯИ. По зарядам фрагментов налетающего ядра ^{28}Si (с $Z_{\text{фр}}=3, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 14, 16$) были построены калибровочные кривые, которые позволяют определять заряд ядра по измеренным параметрам с точностью, зависящей только от длины отсканированного участка трека. Ошибка определения заряда по отсканированному участку трека ядра длиной 3 мм при учёте всей совокупности параметров, составит менее 1 %.

Задание.

С помощью сканирующего комплекса рассмотреть треки многозарядных ядер. С помощью Рис. 5 и 6 определить энергии этих частиц. Используя Рис. 9, 10 и 11, определить заряды ядер.

5 Определение импульса частиц методом многократного рассеяния.

Более полно методика изложена в [7, Глава II].

5.1 Угол многократного рассеяния.

Заряженная частица, проходя через слой вещества конечной толщины x , непрерывно изменяет направление своего движения, причем чаще всего изменения в направлении движения частицы очень малы. Эти отклонения возникают в результате кулоновского рассеяния атомными ядрами, расположенными вблизи траектории частицы.

Рассмотрение многократного рассеяния проводится в рамках теории Мольера, учитывающей эффекты экранирования, потери энергии при достаточно толстых слоях, квантовые эффекты. Когда поток частиц с импульсами p и скоростями βc пересекает вещество толщиной x , то величина угла многократного рассеяния этих частиц распределена по Гауссу со средним значением $\bar{\theta}=0$:

$$P(\theta)d\Omega = \frac{1}{2\pi\theta_0^2} e^{-\frac{\theta^2}{2\theta_0^2}} d\Omega \quad (10)$$

стандартным отклонением:

$$\theta_0 = \sqrt{\theta^2} = \frac{13,6 \text{ МэВ}}{p\beta c} \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0,038 \ln \left(\frac{x}{X_0} \right) \right], \quad (11)$$

где p — начальный импульс частиц в МэВ/с, βc — скорость частиц, x — путь, пройденный частицами, X_0 — радиационная единица длины для данного вещества. Точность данной аппроксимации, полученной на основе Мольеровской теории рассеяния, составляет 11 % (или даже меньше) для веществ с $0,001 < x/X_0 < 100$ и одиночных заряженных частиц с $\beta \approx 1$.

Наша задача состоит в том, чтобы рассмотреть трек одиночной частицы и оценить для нее величину $p\beta c$ по среднеквадратичному углу многократного рассеяния при пересечении некоторого количества вещества.

Пусть в результате N столкновений на пути x частица испытает последовательную серию отклонений $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$. Каждый из этих углов определяется конкретными условиями данного столкновения, так что вообще говоря $\theta_1 \neq \theta_2 \neq \dots \theta_N$. Каждое из этих отклонений может быть направлено в любую сторону относительно предыдущего. Т.к. отклонения статистически независимы и равновероятны по разным направлениям, то суммарное отклонение будет равно нулю $\sum \theta_i = \bar{\theta} = 0$. Следовательно, результирующий угол рассеяния не может служить мерой многократного рассеяния. Для количественного описания вводится среднеквадратичный угол многократного рассеяния²:

$$\theta_{\text{RMS}} = \sqrt{D[\theta]} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{\theta} - \theta_i)^2} = \sqrt{\bar{\theta}^2}. \quad (12)$$

²Среднеквадратичное значение переводится на английский язык как root mean square value (RMS) $x_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{n}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)}$.

Для определения среднего углового отклонения частицы на определённой толще вещества применяются два метода, основанных на измерении отклонений проекции следа на плоскость эмульсии. В первом из них, который получил название *углового метода*, определяется направление касательной к траектории в ряде находящихся на ней равноудалённых точках и вычисляются угловые отклонения на каждом шаге θ_i [8].

Во втором, так называемом координатном методе, измеряются координаты последовательных точек на траектории, отстоящих друг от друга на расстояние t . Подобные измерения позволяют найти угловые отклонения между последовательными хордами путём вычисления вторых разностей между отсчётами [9].

В эксперименте OPERA можно рассматривать многократное рассеяние частиц а) только в эмульсионных пластинах (выбираются треки фоновых частиц, которые движутся почти параллельно плоскости эмульсии) или б) при прохождении через слоистую структуру эмульсионного кирпича — чередующиеся слои свинца и эмульсии. В случае а) реализуется метод определения θ_{RMS} , который одновременно можно считать и угловым и координатным. В случае б) исследуются возможности и углового и координатного методов.

5.2 Измерение импульса частицы по углу многократного рассеяния в эмульсионном слое координатно-угловым методом.

Общая схема расчёта приведена на Рис. 12.

Измерение координат последовательных точек на траектории, отстоящих друг от друга на расстояние t , позволяют найти угловые отклонения между последовательными хордами, путём вычисления вторых разностей между отсчётами.

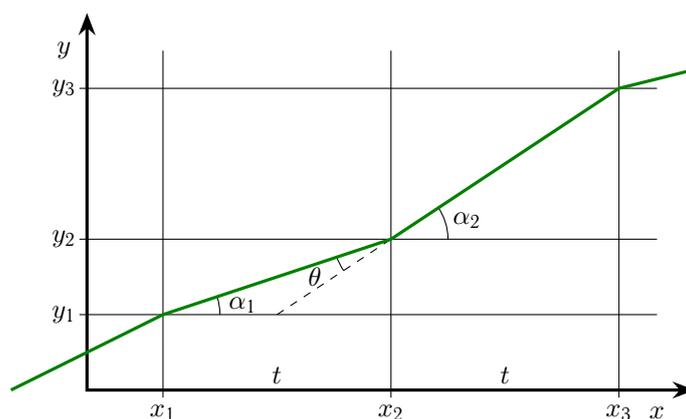


Рисунок 12. Схема для расчёта разности углов. Зелёная линия — трек частицы. Угол α_1 задаёт направление движения частицы на первом участке длины t , угол α_2 — на втором участке длины t . Разность углов $\theta_1 = \alpha_2 - \alpha_1$ (изменение направления движения частицы).

Направим ось X вдоль трека³. Пусть x_1, x_1, \dots, x_n — x -координаты некоторых точек трека частицы, такие что $x_i - x_{i-1} = t$, т.е. взятые с равномерным шагом. Пусть y_1, y_1, \dots, y_n — y -координаты этих же точек. Смещение трека вдоль оси y на i -том участке будет определяться как

$$s_i = y_i - y_{i-1}, \quad (13)$$

а вторые разности будут определяться как:

$$d_i = s_i - s_{i-1}. \quad (14)$$

Тогда тангенс угла между i -тым участком трека осью x будет равен

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = \frac{s_i}{t}. \quad (15)$$

Угол между двумя последовательными элементами трека θ_i равный $\alpha_i - \alpha_{i-1}$ мал. Если он не мал, то надо вернуться к началу и выбрать существенно меньший шаг t . Т.к. ось X выбрана вдоль трека, углы α_i будут также малы и будет выполняться $\operatorname{tg} \alpha_i \approx \alpha_i$. Тогда угол рассеяния на i -том шаге на базе t будет определяться следующим соотношением:

$$\theta_i = \alpha_i - \alpha_{i-1} \approx \operatorname{tg} \alpha_i - \operatorname{tg} \alpha_{i-1} = \frac{s_i}{t} - \frac{s_{i-1}}{t} = \frac{s_i - s_{i-1}}{t} = \frac{d_i}{t} \quad (16)$$

После определения угла рассеяния на каждом шаге вдоль всего трека можно найти дисперсию распределения углов рассеяния:

$$D[\theta] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{\theta} - \theta_i)^2. \quad (17)$$

С учётом того, что $\bar{\theta} = 0$:

$$D[\theta] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{\theta})^2 = \bar{\theta}^2 = \frac{\bar{d}^2}{t^2}. \quad (18)$$

Методика измерений координат точек на треке и вычисления θ_{RMS} следующая: След частицы сфотографирован приблизительно параллельно оси, совпадающей с направлением движения микроскопа так, чтобы при перемещении он не выходил из поля зрения, Рис. 13. Отдельные снимки смонтированы в единый файл.

Через равные участки длины величиной t (30,47 мкм, 100 пикселей), которые обычно называют ячейками, измеряется отклонение следа вдоль оси y (обозначим её как y_i). Программа обработки изображения заносит в файл координаты точки по которой два раза кликнули мышкой (в заданном масштабе). Начало координат расположено в левом верхнем углу изображения.

Первые разности по координате y , с учетом Рис. 12 обозначены как $S_i = y_{i+1} - y_i$, дают для заданной ячейки t наклоны хорд. Затем вычисляются

³В общем случае можно выбрать ось X произвольным образом, однако это усложнит дальнейшие вычисления.

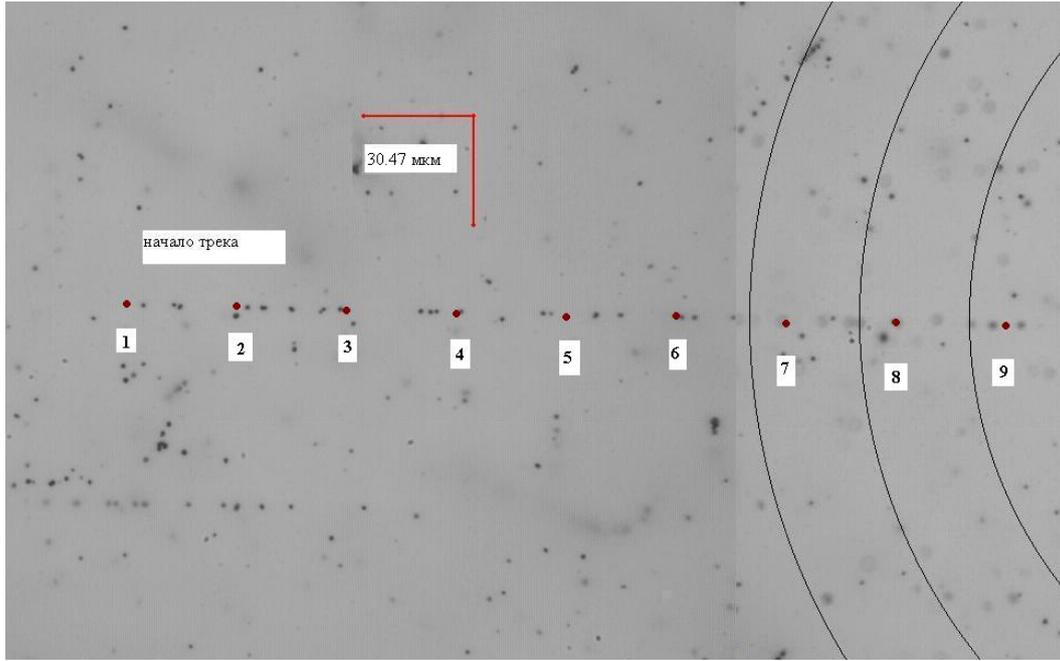


Рисунок 13. Участок трека частицы, проходящий приблизительно параллельно эмульсионной пластине. На изображение нанесены красные метки, расставленные с шагом по оси x через каждые 100 пикселей — 30,47 мкм.

вторые разности координат (обозначены как D_i) $D_i = S_i - S_{i-1} = y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2}$, которые дают последовательные взаимные отклонения направлений хорд $\alpha_i - \alpha_{i-1}$. При определении $\overline{D^2}$ можно устранить отдельные, выпадающие по своей большой величине значения, обусловленные однократным рассеянием. Это достигается путём исключения значений D , превышающих $4\langle D \rangle$. Средняя величина $\langle D \rangle$ определяется после исключения больших D . Другой метод состоит в замене всех D , превышающих $4\langle D \rangle$, значениями, равными $4\langle D \rangle$. Величина $\overline{D^2}$ на ячейках размером $t=30,47$ мкм в веществе с радиационной длиной $X_0=55$ мм связана с величиной $p\beta c$ выражением (получено с учётом масштаба через подстановку в (11)):

$$\frac{1}{t} \sqrt{\overline{D^2}} = \theta_{\text{RMS}} = \frac{0,23}{p\beta c}. \quad (19)$$

Данные из полученной в фале таблицы можно обработать на разных ячейках рассеяния. Для минимальной ячейки в 1 шаг $t=30,47$ мкм.

Обычно угол рассеяния, измеренный на ячейке величины t приводится к ячейке 100 мкм. Если пренебречь логарифмическим членом в формуле Мольер, то формула приведения к ячейке 100 мкм будет выглядеть как

$$\theta_{\text{RMS}_{100}} = \theta_{\text{RMS}_t} \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{t}}. \quad (20)$$

Можно проследить, что $\theta_{\text{RMS}_{100}}$, сначала будет уменьшаться при увеличении ячейки, так как по мере увеличения ячейки вклад ошибок уменьшается. Начиная с некоторого значения величины ячейки угол становится постоянным — это и есть истинное значение величины $\theta_{\text{RMS}_{100}}$, с помощью которого можно вычислить $p\beta c$.

Задание.

1. С помощью программы emilab2.exe получить файл с координатами точек на треке частицы. Рассчитать θ_{RMS} на ячейке $t=30,47$ мкм. По формуле (19) рассчитать $p\beta c$ для трека частицы. Определить энергию частицы в предположении, что частица является мюоном.
2. Привести θ_{RMS} к стандартной ячейке 100 мкм.
3. Рассчитать θ_{RMS} на ячейках $2t$, $3t$, $4t$ для всевозможных комбинаций пар и привести к стандартной ячейке 100 мкм. Построить зависимость $\theta_{\text{RMS}_{100}}$ от величины ячейки.

5.3 Многократное рассеяние в слоях эмульсионного кирпича - элемента эмульсионного детектора.

Для детекторов, основу которых составляют эмульсионные пластины, прослоённые свинцом, основное рассеяние будет происходить в свинце с $X_0=6,4$ г/см² (или $X_0=5,6$ мм), так как радиационная единица длины t для эмульсии и пластиковой подложки существенно больше: $t_{\text{я.э}} \approx 11$ г/см², $t_{\text{полистирола}} \approx 44$ г/см².

Трек частицы в эмульсионном детекторе изображён на Рис. 14.

С учётом структуры эмульсионного кирпича со слоями свинца толщиной 1 мм формула для величины угла многократного рассеяния (11) приобретает вид:

$$\theta_0 = \sqrt{\overline{\theta^2}} \approx \frac{13,6 \text{ МэВ}}{p\beta c} \sqrt{\frac{N_{\text{cell}} \cdot 1 \text{ мм}}{5,6 \text{ мм}}} \left[1 + 0,038 \ln \left(\frac{N_{\text{cell}}}{5,6} \right) \right], \quad (21)$$

где N_{cell} — количество проходимых частицей свинцовых пластин толщиной 1 мм между эмульсионными пластинами, в которых определяется изменение направления трека.

Для обработки экспериментальных данных эксперимента OPERA методом Монте-Карло было проведено моделирование прохождения частиц через

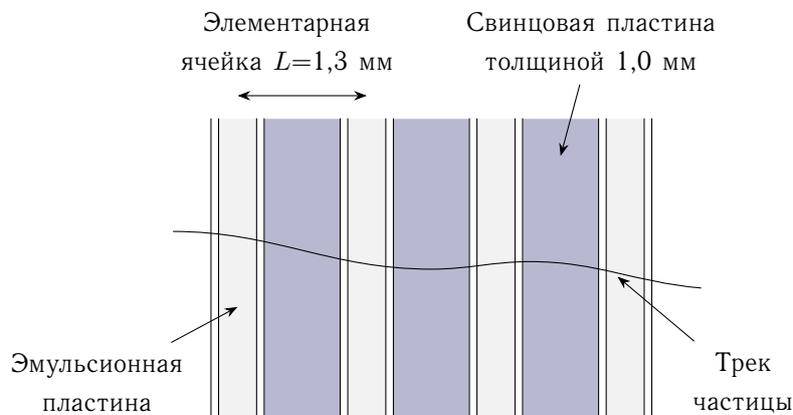


Рисунок 14. Трек частицы в слоях эмульсионного детектора (кирпича) эксперимента OPERA.

слои эмульсионного детектора и вычислены величины θ_{RMS} для схем с разными базами (сравнивались $\theta = \theta_2 - \theta_1$ с различным количеством свинцовых пластин N_{cell} между эмульсионными пластинами). На Рис. 15 представлена зависимость θ_{RMS} от количества слоев свинца N_{cell} , на которых происходит рассеяние, для пионов с импульсами от 1 до 8 ГэВ/с.

Для $N_{\text{cell}} = k$ наблюдаемая дисперсия распределения углов рассеяния описывается выражением:

$$\langle \theta_{\text{meas}}^2 \rangle_k = \frac{1}{N_{\text{meas}}} \sum_i \theta_{ik}^2 = \theta_{\text{RMS}}^2 + \delta\theta^2, \quad (22)$$

где N_{meas} — количество измеренных углов рассеяния (measured) и $\delta\theta^2$ — дополнительное слагаемое, учитывающее угловое разрешение процедуры определения направления треков в эмульсионных пластинах. В эксперименте OPERA слагаемое $\delta\theta^2$ равно 2,1 мрад.

Рис. 15 иллюстрирует тот факт, что среднеквадратичный угол многократного рассеяния увеличивается с увеличением количества вещества, проходимого частицей, что и следует из формулы Мольера. Точнее вычислить θ_{RMS} , а следовательно и $p\beta c$, можно с помощью метода, приведения θ_{RMS} к стандартной ячейке (например 100 мкм) по формуле (20) [9]. $\theta_{\text{RMS}_{100}}$, сначала будет уменьшаться при увеличении ячейки, так как по мере увеличения ячейки вклад ошибок уменьшается. Начиная с некоторого значения величины ячейки угол становится постоянным — это и есть истинное значение величины $\theta_{\text{RMS}_{100}}$ (см. Рис. 16).

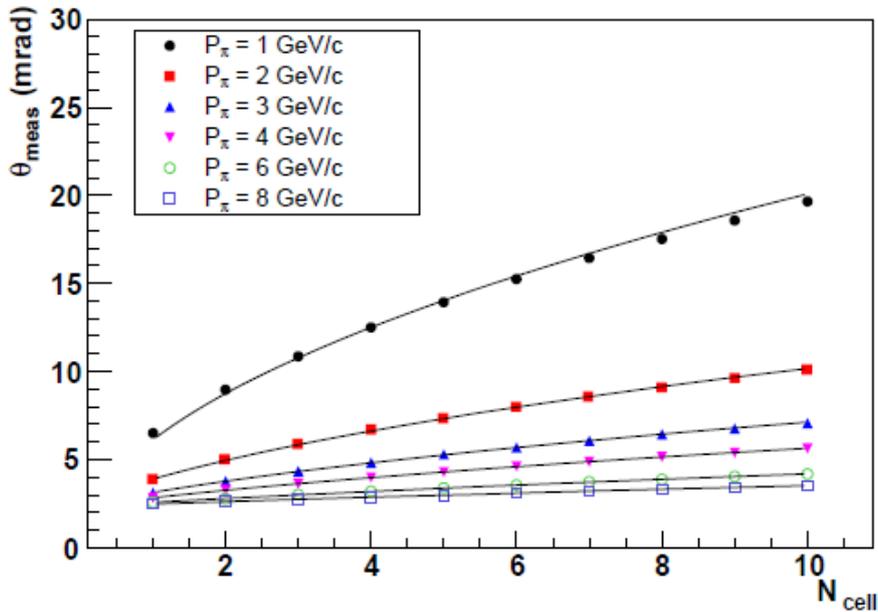


Рисунок 15. Среднеквадратичный угол многократного рассеяния пионов в пучке с импульсами от 1 до 8 ГэВ/с в зависимости от количества пересеченных слоев свинца, между которыми определяется разность углов треков.

Расчеты методом Монте-Карло для частиц различных типов и различных энергий показали, что средняя точность определения импульса частицы угловым методом многократного рассеяния составляет около 20 %.

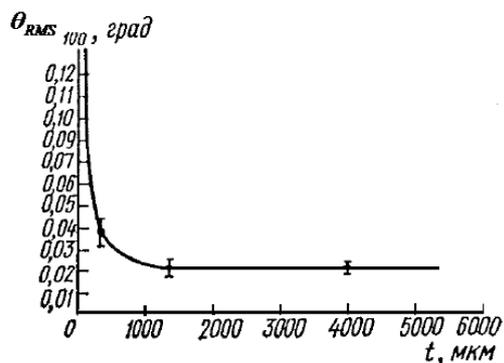


Рисунок 16. Зависимость $\theta_{RMS_{100}}$ от длины ячейки рассеяния.

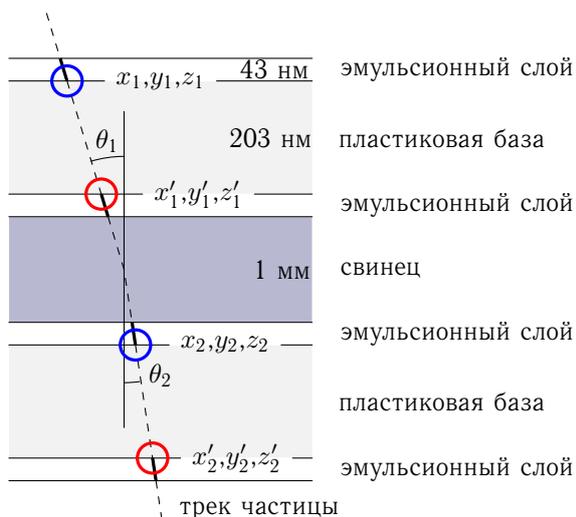


Рисунок 17. Схема вычисления угла рассеяния θ для двух соседних эмульсионных пластин.

Для выполнения задачи используется файл заранее полученный во время работы со сканирующим комплексом и программными комплексами SySal с координатами базовых треков частиц, прослеженных через слои эмульсионного детектора.

В процессе сканирования эмульсий определяются координаты точек x_1, y_1, z_1 и x'_1, y'_1, z'_1 для одной пластины и координаты точек x_2, y_2, z_2 и x'_2, y'_2, z'_2 для другой пластины. По этим точкам вычисляются углы базовых треков θ_1 и θ_2 и угол рассеяния для пары пластин $\theta = \theta_2 - \theta_1$ (см. Рис. 17).

Для увеличения статистики, т.е. количества рассчитанных θ , можно использовать базовые треки и углы между ними не только в соседних пластинах (через 1 мм свинца), но и разделённых несколькими свинцовыми пластинами N_{cell} (см. Рис. 18)

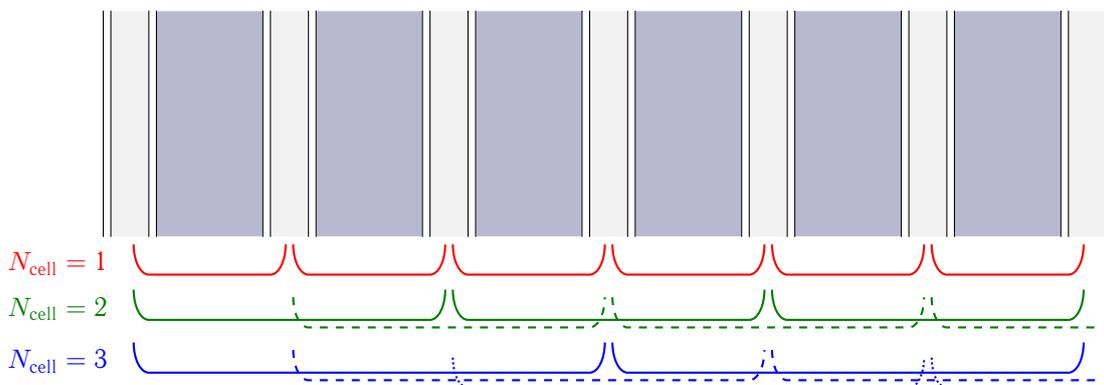


Рисунок 18. Схема вычисления средневекторного угла многократного рассеяния на разной базе.

Задание.

1. Рассчитать θ_{RMS} на ячейке $t=1$ мм свинца. По формуле (21) рассчитать $p\beta c$ для частицы. Указать ошибку. Определить энергию частицы в предположении, что частица является пионом.
2. Привести θ_{RMS} к стандартной ячейке 100 мкм.
3. Рассчитать θ_{RMS} на ячейках $2t$, $3t$, $4t$ для всевозможных комбинаций пар и привести к стандартной ячейке 100 мкм. Построить зависимость $\theta_{\text{RMS}_{100}}$ от величины ячейки.

6 Определение энергии частицы по среднему углу разлёта вторичных частиц.

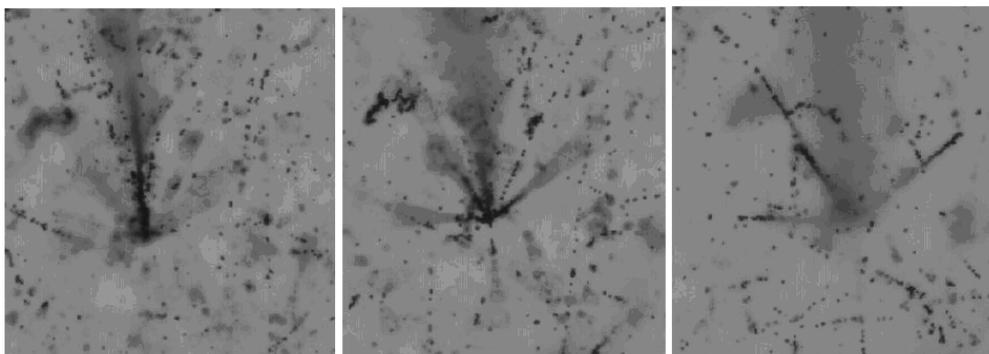


Рисунок 19. Множественное рождение частиц в ядерном взаимодействии.

Эмульсионная методика позволяет проводить измерения направлений треков как первичных частицы, так и образовавшихся с высокой точностью $\sim 10^{-4}$ радиана.

По среднему углу разлёта частиц $\langle\Phi\rangle$ можно определить энергию частицы E согласно формуле:

$$E = \frac{2Mc^2}{\langle\Phi\rangle^2}, \quad (23)$$

где M — масса нуклона.

На Рис. 19 изображено развитие в эмульсионном слое процесса множественного рождения частиц в ядерном взаимодействии. Первичная частица после взаимодействия с ядром эмульсии рождает несколько вторичных частиц.

Чтобы вычислить средний угол разлёта частиц $\langle\Phi\rangle$ нужно:

1. определить координаты двух точек на треке каждой из рождённых частиц;
2. по двум точкам на треке определить уравнение прямой;
3. для пар прямых рассчитать пространственные углы между ними;
4. вычислить средний угол разлёта по всем возможным парам прямых;

Задание.

1. С помощью программы обработки изображения `emilab2` записать в файл координаты (x, y, z) двух точек на следе частицы. Трек частицы i (и соответствующую ему прямую) задаётся двумя точками x_{i1}, y_{i1}, z_{i1} и x_{i2}, y_{i2}, z_{i2} , трек частицы j (и соответствующую ему прямую) — точками x_{j1}, y_{j1}, z_{j1} и x_{j2}, y_{j2}, z_{j2} .

Рассчитать пространственный угол между прямыми i и j :

$$\cos \Phi_{ij} = \frac{|m_i m_j + n_i n_j + p_i p_j|}{\sqrt{m_i^2 + n_i^2 + p_i^2} \sqrt{m_j^2 + n_j^2 + p_j^2}}, \quad (24)$$

где

$$m_i = x_{i2} - x_{i1},$$

$$n_i = y_{i2} - y_{i1},$$

$$p_i = z_{i2} - z_{i1},$$

$$m_j = x_{j2} - x_{j1},$$

$$n_j = y_{j2} - y_{j1},$$

$$p_j = z_{j2} - z_{j1}$$

2. Рассчитать $\cos \Phi_{ij}$ для всевозможных пар прямых (треков вторичных частиц).
3. Найти среднее значение $\langle \Phi \rangle$.
4. Вычислить энергию частицы по формуле (23) в предположении, что первичная частица была протоном или ядром гелия.

Список литературы

1. Вайсенберг А. О. Тяжёлые нестабильные частицы (гипероны и К-мезоны) // Усп. физ. наук. 1955. Т. 57, № 11. С. 361–434. URL: <https://ufn.ru/ru/articles/1955/11/b/>.
2. Пауэлл С., Фаулер П., Перкинс Д. Исследование элементарных частиц фотографическим методом: Обзор основных методов эксперимента и открытий, иллюстрир. атласом микрофотографий / под ред. Г. Б. Жданов. Москва: Москва: Изд-во иностр. лит., 1962.
3. Мурзина Е. А. Взаимодействие излучения высокой энергии с веществом. Книжный дом Университет, Москва, 2007.
4. Shapiro M. M., Stiller B. Ionization Loss at Relativistic Velocities in Nuclear Emulsions // Physical Review. 1952. Vol. 87, no. 4. P. 682–684.
5. Dainton A., Fowler P., Kent D. LXXI. The abundance of lithium, beryllium, and boron in the primary cosmic radiation // The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. 1952. Vol. 43, no. 342. P. 729–751.
6. Методика измерения зарядов релятивистских ядер в фотоэмульсии на автоматизированном комплексе ПАВИКОМ / А. Б. Александров, И. Ю. Апачева, Л. А. Гончарова [и др.] // Препринт ФИАН. 2005.
7. Воинов В. Г., Часников И. Я. Многократное рассеяние частиц в ядерных фотоэмульсиях. Изд. «Наука», Алма-Ата, 1969.
8. Momentum measurement by the multiple Coulomb scattering method in the OPERA lead-emulsion target / N Agafonova, A Aleksandrov, O Altinok [и др.] // New Journal of Physics. 2012. Jan. Т. 14, № 1. С. 013026. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/14/1/013026>.
9. Кондратьева М. А, Мурзина Е. А. Лабораторная работа № 4. «Изучение заряженных частиц космических лучей с помощью фотоэмульсий». Специальный космофизический практикум. Москва: Изд. УНЦ ДО, 2004.